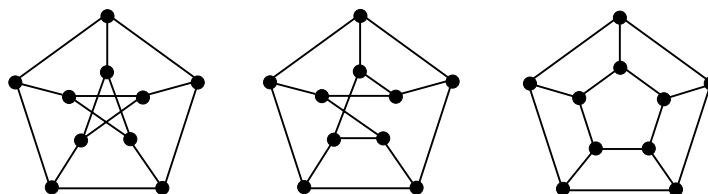


Cvičenie č. 1

1. Graf G sa nazýva *autokomplementárny*, ak G je izomorfný so svojim komplementom $\overline{G}$. Dokážte, že ak G je autokomplementárny s n vrcholmi, tak $n \equiv 0 \pmod{4}$ alebo $n \equiv 1 \pmod{4}$.
2. Uveďte čo najmenší príklad grafu so šiestimi vrcholmi stupňa 3, ostatnými vrcholmi stupňa ≤ 2 a s 12 hranami.
3. Nech G je graf s 9 vrcholmi, pričom každý vrchol má stupeň 5 alebo 6. Dokážte, že G má aspoň 5 vrcholov stupňa 6 alebo aspoň 6 vrcholov stupňa 5.
4. Dokážte, že znázornené tri grafy nie sú navzájom izomorfné:



5. Nájdite najmenší možný príklad (t.j. s minimálnym počtom vrcholov) dvoch súvislých neizomorfných grafov s rovnakou postupnosťou stupňov vrcholov.
6. Nakreslite všetky navzájom neizomorfné grafy s postupnosťou stupňov vrcholov $(6, 3, 3, 3, 3, 3, 3)$ a ukážte, že ste žiaden z nich nevynechali.
7. Rozhodnite, či existuje graf s $n \geq 2$ vrcholmi, ktorých stupne sú navzájom rôzne.
8. Určte všetky dvojice (k, n) také, že existuje k -regulárny graf na n vrchoch.
9. Nakreslite všetky 3-regulárne grafy na 6 vrchoch.
10. Určte maximálny počet hrán grafu, ktorý má n vrcholov a k komponentov súvislosti.