

Cvičenie č. 10

1. Určte, pre ktoré k je graf k -rozmernej kocky $Q_k = Q_{k-1} \times K_2$ planárny.
2. Zistite, pre ktoré grafy G, H je graf $G \times H$ planárny.
3. Dokážte, že každý rovinný graf má aspoň 4 vrcholy stupňa ≤ 5 .
4. Dokážte, že ak G je planárny graf s n vrcholmi, m hranami a obvodom (t.j. dĺžkou najkratšej kružnice) k , tak $m \leq \frac{k(n-2)}{k-2}$.
5. Dokážte, že ak $|V(G)| \geq 11$, tak G alebo $\overline{G}$ nie je planárny.
6. Nájdite planárny graf G s 8 vrcholmi taký, že aj $\overline{G}$ je planárny.
7. Odvodte analógiu Eulerovej vety pre nesúvislé rovinné grafy.
8. Nech G je maximálny planárny graf s aspoň tromi vrcholmi a nech $\chi(G) \leq 3$. Dokážte, že G je eulerovský.
9. Nech G je maximálny planárny graf s aspoň 4 vrcholmi. Nech n_k je počet vrcholov stupňa k v G . Dokážte, že

$$\sum_{i=2}^{\Delta(G)} (6 - k)n_k = 12.$$

10. Nech G je maximálny 2-súvislý rovinný graf bez trojuholníkov. Dokážte, že každá stena G je štvoruholník alebo päťuholník.