

## Cvičenie č. 11

1. Rovinný graf  $G$  sa nazýva *autoduálny*, ak je izomorfný so svojím duálom  $G^*$ . Dokážte, že pre každý autoduálny graf  $G$  je  $|E(G)| = 2|V(G)| - 2$ .
2. Pre ľubovoľné  $n \geq 4$  nájdite autoduálny graf na  $n$  vrcholoch.
3. Dokážte, že steny každého hamiltonovského rovinného grafu možno regulárne ofarbiť 4 farbami.
4. Dokážte, že každý kubický rovinný hamiltonovský graf má hranové chromatické číslo 3.
5. Určte všetky hodnoty  $n$ , pre ktoré je  $\overline{C}_n$  planárny graf.
6. Dokážte, že priesečníkové číslo grafu  $K_6$  je 3.
7. Dokážte, že existuje jediný kubický rovinný graf taký, že každá jeho stena je päťuholník.
8. Dokážte, že existuje práve 5 platónskych grafov (t.j. rovinných  $p$ -regulárnych grafov, ktorých každá stena je  $q$ -uholník).
9. Dokážte, že rovinný graf bez trojuholníkov má najviac  $n - 2$  stien, kde  $n$  je počet vrcholov.
10. Graf  $G$  sa nazýva *vonkajškovo rovinný*, ak existuje jeho nakreslenie, v ktorom hranica niektornej steny obsahuje všetky vrcholy. Dokážte, že každý vonkajškovo rovinný graf má chromatické číslo najviac 3.