

Cvičenie č. 2

1. Rozhodnite, či existuje graf s postupnosťou stupňov vrcholov $(8, 8, 7, 7, 7, 6, 5, 5, 4, 4, 4, 3, 2, 1, 1)$. Ak áno, zostrojte ho.
2. Rozhodnite, či existuje bipartitný graf s postupnosťou stupňov vrcholov $(6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 5, 3, 3, 3, 3, 3)$. Ak áno, zostrojte ho.
3. Dokážte, že každý graf G obsahuje cestu dĺžky $\delta(G)$.
4. Nech G je 3-regulárny graf. Dokážte, že G má kružnicu párnej dĺžky.
5. Nech T je strom. Dokážte, že jeho vrcholy možno zoradiť do postupnosti $v_1, v_2, \dots, v_n$ tak, že grafy $T_i = T[\{v_1, \dots, v_i\}]$ sú stromy pre všetky $i = 1, \dots, n$.
6. Nech T je strom s n vrcholmi, $n \geq 3$. Označme v_i počet vrcholov stupňa i v T . Dokážte, že

$$\sum_{i=3}^{n-1} (i-2)v_i = v_1 - 2$$

7. Nakreslite všetky neizomorfné stromy na 6 vrchoch a ukážte, že ste žiaden z nich nevynechali.
8. Dokážte, že každý strom T má aspoň $\Delta(T)$ listov.
9. Nech G je súvislý graf. Dokážte, že $|E(G)| = |V(G)|$ práve vtedy, keď G má jedinú kružnicu.
10. Dokážte, že centrum každého stromu pozostáva z jedného alebo z dvoch vrcholov.