Cvičenie č. 7

1. Nech G je graf a $e \in E(G)$. Dokážte, že ak v G existujú dva rôzne kružnice C_1, C_2 obsahujúce hranu e, tak v G existuje aj kružnica neobsahujúca e.

2. Nech G je súvislý graf. Dokážte, že existuje eulerovský graf H taký, že $|V(H)| \leq |V(G)| + 1$ a G je indukovaným podgrafom H.

3. Nech G je súvislý graf. Dokážte, že v G existuje uzavretý sled obsahujúci každú hranu G dvakrát.

4. Zostrojte eulerovský graf s párnym počtom vrcholov a nepárnym počtom hrán, alebo dokážte, že taký graf neexistuje.

5. Myš vyjedá tunel v $3 \times 3 \times 3$ kocke syra cez všetky jej podkocky $1 \times 1 \times 1$. Ak začne v rohu kocky a premiestňuje sa vždy do nevyjedenej kocky, môže skončiť v stredovej kocke?

6. Dokážte, že Petersenov graf nie je hamiltonovský.

7. Určte, pre ktoré n je graf n-rozmernej kocky eulerovský a hamiltonovský.

8. Určte, pre ktoré n existuje hamiltonovský graf G taký, že $\overline{G}$ je tiež hamiltonovský.

9. Dokážte alebo vyvráťte: Ak G, H sú hamiltonovské grafy, tak $G \times H$ je hamiltonovský.

10. Nech Z_1 je graf získaný z grafu $K_{1,3}$ pridaním hrany. Dokážte, že ak G je 2-súvislý graf neobsahujúci $K_{1,3}$ a Z_1 ako indukované podgrafy, tak G je hamiltonovský.