

Cvičenie 4 – Stromy, kostry

Pojmy na zopakovanie:

- vrcholový rez, číslo vrcholovej súvislosti
- hranový rez, číslo hranovej súvislosti
- artikulácia, blok a most grafu

Úlohy v rámci cvičenia

- 1 Určte číslo vrcholovej a hranovej súvislosti Petersenovho grafu.
- 2 Určte číslo vrcholovej a hranovej súvislosti karteziánskeho súčinu dvoch kružníc dĺžky 3.
- 3 Dokážte, že ak graf G je hranovo k -súvislý, tak
$$|E(G)| \geq \frac{k|V(G)|}{2}.$$
- 4 Zostrojte kubický graf so 16 vrcholmi a i mostami, $i = 0, 1, 2, 3$.
- 5 Zostrojte všetky súvislé 5-vrcholové grafy také, že medzi každou dvojicou ich vrcholov existujú aspoň dve vrcholovo disjunktné cesty.

Úlohy na samostatnú prácu – štandardné

- 1 Určte číslo vrcholovej a hranovej súvislosti grafu pravidelného osemstena.
- 2 Dokážte, že graf a jeho komplement nemajú spoločnú artikuláciu.
- 3 Dokážte, že konečný regulárny graf párneho stupňa je hranovo 2-súvislý. Platí podobné tvrdenie aj pre regulárne grafy nepárneho stupňa?
- 4 Zostrojte súvislý graf, ktorého postupnosť stupňov vrcholov je $(4, 4, 4, 3, 3, 3, 3, 2, 2)$ a ktorý
 - a) nemá artikuláciu
 - b) má jedinú artikuláciu
 - c) má jediný most.
- 5 Dokážte, že ak $|V(G)| > 3$ a G má artikuláciu stupňa 2, tak G má aspoň dve artikulácie.

Úlohy na samostatnú prácu – nadštandardné

- ❶ Zistite, aký je maximálny počet komponentov, ktoré zostanú po odstránení vrcholového 2-rezu z n -vrcholového dvojsúvislého grafu.
- ❷ Dokážte, že neexistuje 3-súvislý graf so 7 hranami.
- ❸ Nech je daný graf G . Blokový graf $B = B(G)$ je definovaný nasledovne: jeho vrcholy sú bloky a artikulácie grafu G a dva vrcholy v B zodpovedajúce bloku B_i a artikulácii u sú spojené hranou práve vtedy, keď $u \in B_i$. Dokážte, že graf B je strom.
- ❹ Dokážte, že pre kubický graf sa číslo vrcholovej súvislosti rovná číslu hranovej súvislosti.
- ❺ Dokážte alebo vyvráťte: každá najdlhšia cesta v grafe prechádza cez všetky jeho artikulácie.