

Cvičenie 3 – Elementárne funkcie

Informácie

Prehľad elementárnych funkcií a základné informácie o nich (grafy, definícia, definičné obory, obory hodnôt, párnosť/nepárnosť, monotónnosť, ohraničenosť, extrém, konvexnosť/konkávnosť, hodnoty pre veľké argumenty, asymptoty) obsahujú nasledovné odkazy:

- Kompendium elementárnych funkcií (madaras.szm.sk)
- HTML-skriptá (svf.stuba.sk)
- Elementárne funkcie + základné vzorce (KM FPV UKF)
- Základní elementární funkce (FSI VUT Brno)
- Elementární funkce (FELD ČVUT Praha)
- <http://dagles.klenot.cz/rihova/elfunkce.pdf>

Úlohy v rámci cvičenia

1 Určte definičný obor funkcie f danej vzťahom

$$1 \quad y = \ln(\ln(x^2 - 1))$$

$$2 \quad y = \sqrt{1 - \cot^2 x}$$

$$3 \quad y = \log(1 - \operatorname{tg} x)$$

$$4 \quad y = \sqrt{\log\left(\frac{5x - x^2}{4}\right)}$$

$$5 \quad y = \arcsin(3 - \sqrt{4 - x})$$

$$6 \quad y = \arccos \frac{2x}{1 + x}$$

2 Zistite, či sú nasledujúce funkcie párne, nepárne alebo ani párne, ani nepárne:

$$1 \quad y = \frac{3^x + 1}{3^x - 1}$$

$$2 \quad y = \frac{x}{3^x - 1}$$

$$3 \quad y = 2^{x-x^4}$$

$$4 \quad y = \frac{a^x + a^{-x}}{a^x - a^{-x}}$$

Úlohy v rámci cvičenia

- 3 Zistite, či dané funkcie sú na svojom definičnom obore prosté a ak áno, tak určte funkcie k nim inverzné, pričom určte aj ich definičné obory a obory hodnôt:

1 $y = \frac{3}{5} + 5(\sin(\sqrt{x}))$

3 $y = \arcsin x^2$

2 $y = \log_3(3 + 2^{x-6})$

4 $y = 6 + \operatorname{arctg} \frac{3x-2}{x}$

- 4 Predpokladajme, že poznáme graf funkcie $y = f(x)$. Určte, ako vyzerajú grafy nasledovných funkcií (v závislosti od hodnôt a, b, c, d):

1 $y = f(x+a)$

5 $y = |f(x)|$

2 $y = f(x) + b$

6 $y = f(|x|)$

3 $y = c \cdot f(x)$

7 $y = f\left(\frac{1}{x}\right)$

4 $y = f(d \cdot x)$

Úlohy na samostatnú prácu

- ❶ Určte definičný obor funkcie f danej vzťahom

$$\text{❶ } y = \sqrt{\sin x} + \sqrt{9 - x^2}$$

$$\text{❷ } y = \ln \frac{x - 5}{x^2 - 10x + 24} - \sqrt[3]{x + 5}$$

$$\text{❸ } y = \frac{\ln(2x - 3)}{\sqrt{x^2 - 1}} + \arcsin \frac{x - 4}{7}$$

$$\text{❹ } y = \log \frac{x^2 + x - 6}{x^2 + 4x - 3}$$

- ❷ Zistite, či sú nasledujúce funkcie párne, nepárne alebo ani párne, ani nepárne:

$$\text{❶ } y = \ln \frac{2 - x}{2 + x}$$

$$\text{❷ } y = \frac{1 + \sin^2 x}{1 - \cos 2x}$$

- 3 Zistite, či dané funkcie sú na svojom definičnom obore prosté a ak áno, tak určte funkcie k nim inverzné, pričom určte aj ich definičné obory a obory hodnôt:

1 $y = 3 + \operatorname{arctg} 3x$

2 $y = \arcsin(\sin x)$

3 $y = 3 - \frac{\sqrt{e^{5-4x} + 2}}{2}$

4 $y = \frac{2}{\ln(11 + 4x^3)}$

- 4 Nájdite hlavnú a vedľajšiu zložku nasledovných zložených funkcií:

1 $y = \sin(2x^3 + x^2 - 1)$

2 $y = 7\sqrt{x}$

3 $y = \log(\operatorname{arctg} x) + 6$

4 $y = \left(\frac{3 - 5x}{x + 4} \right)^{\frac{2}{11}}$