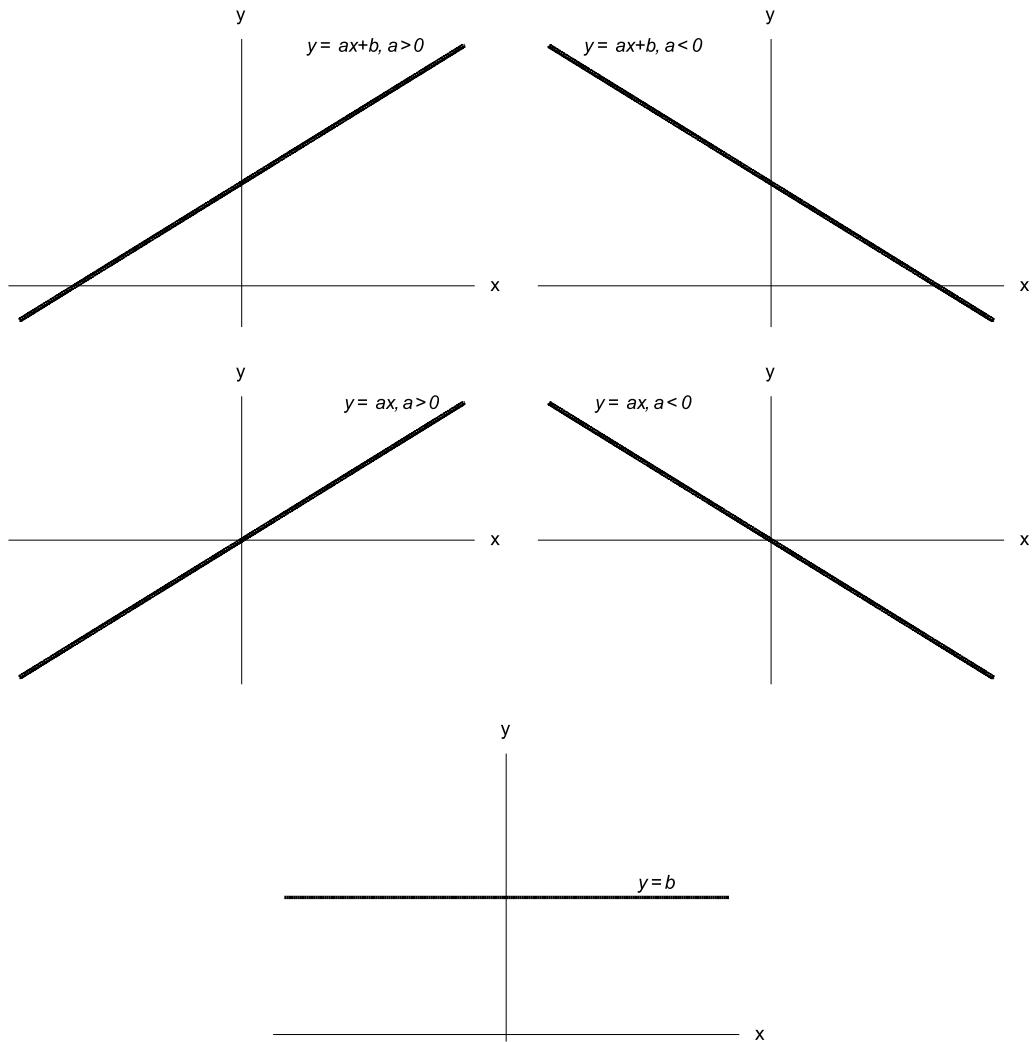


Prehľad elementárnych funkcií a ich vlastností

Lineárna funkcia

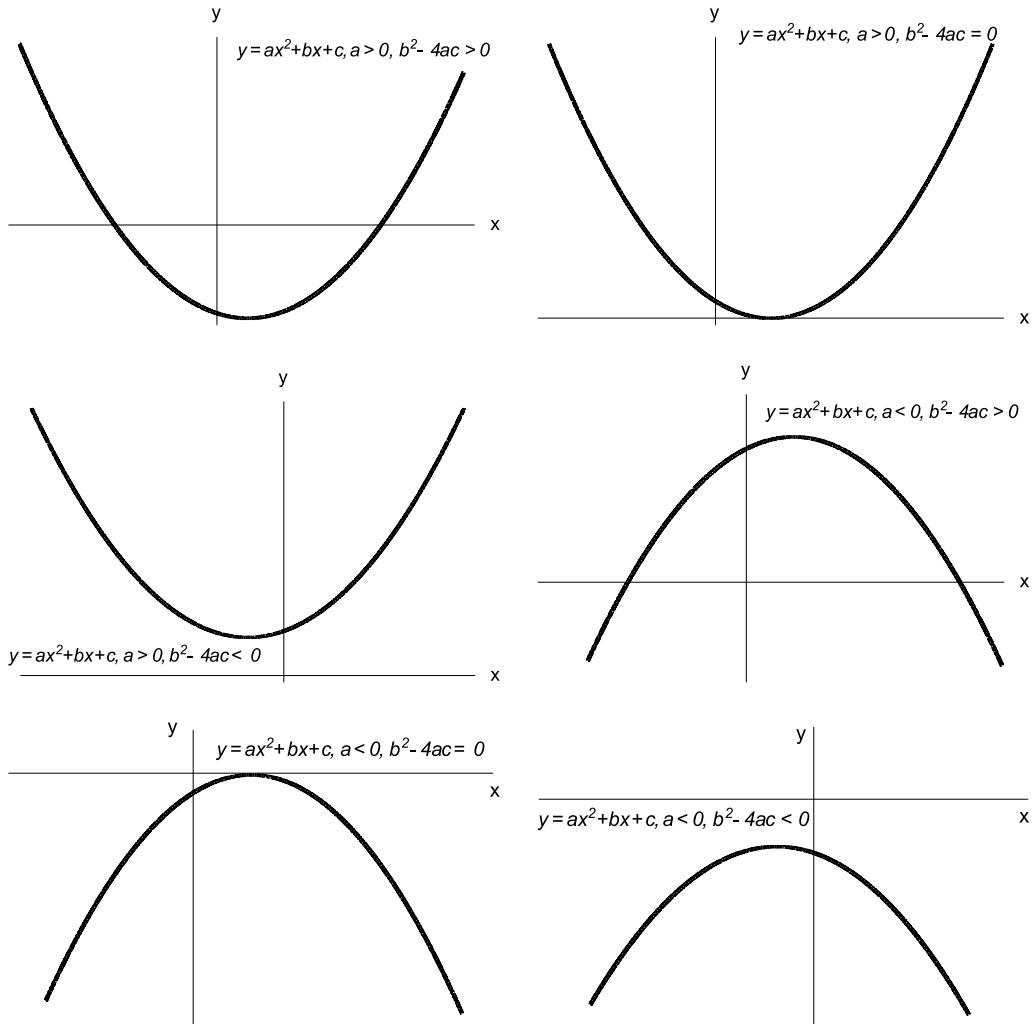
Graf:



Tvar:	$y = ax + b$
Definičný obor:	\mathbb{R}
Obor hodnôt:	\mathbb{R} pre $a \neq 0$, $\{b\}$ pre $a = 0$
Párnosť/nepárnosť:	párna pre $a = 0$, nepárna pre $b = 0$
Rast/klesanie:	rastie na \mathbb{R} pre $a > 0$, klesá na \mathbb{R} pre $a < 0$; konštantná pre $a = 0$
Ohraničenosť:	neohraničená pre $a \neq 0$, ohraničená pre $a = 0$
Extrémy:	(nemá)
Konvexnosť/konkávnosť:	(nie je)
Hodnoty pre $x \rightarrow +\infty$:	$+\infty$ pre $a > 0$, $-\infty$ pre $a < 0$, b pre $a = 0$
Hodnoty pre $x \rightarrow -\infty$:	$-\infty$ pre $a > 0$, $+\infty$ pre $a < 0$, b pre $a = 0$
Asymptoty bez smernice:	(nie sú)
Asymptoty so smernicou:	$y = ax + b$

Kvadratická funkcia

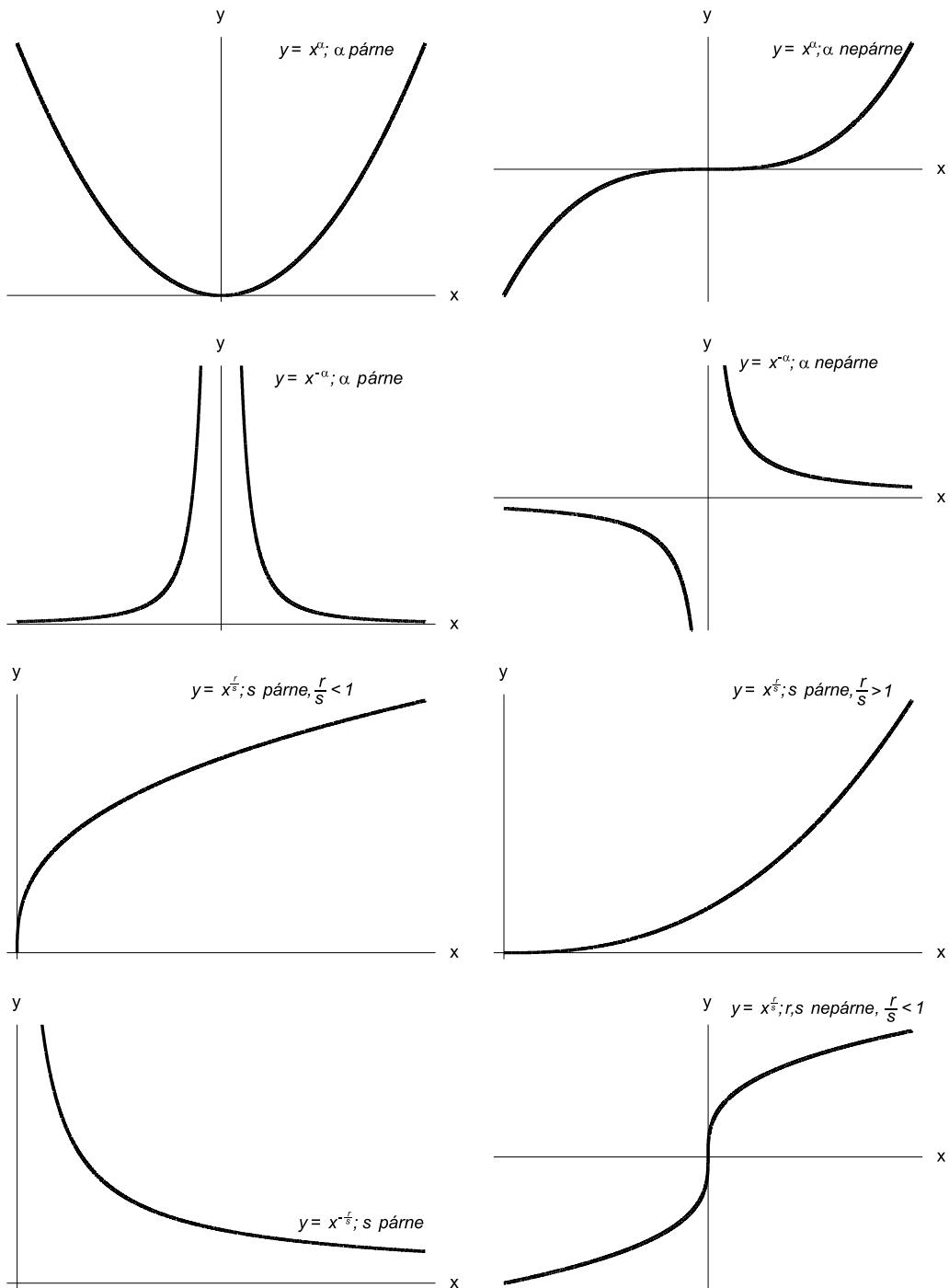
Graf:

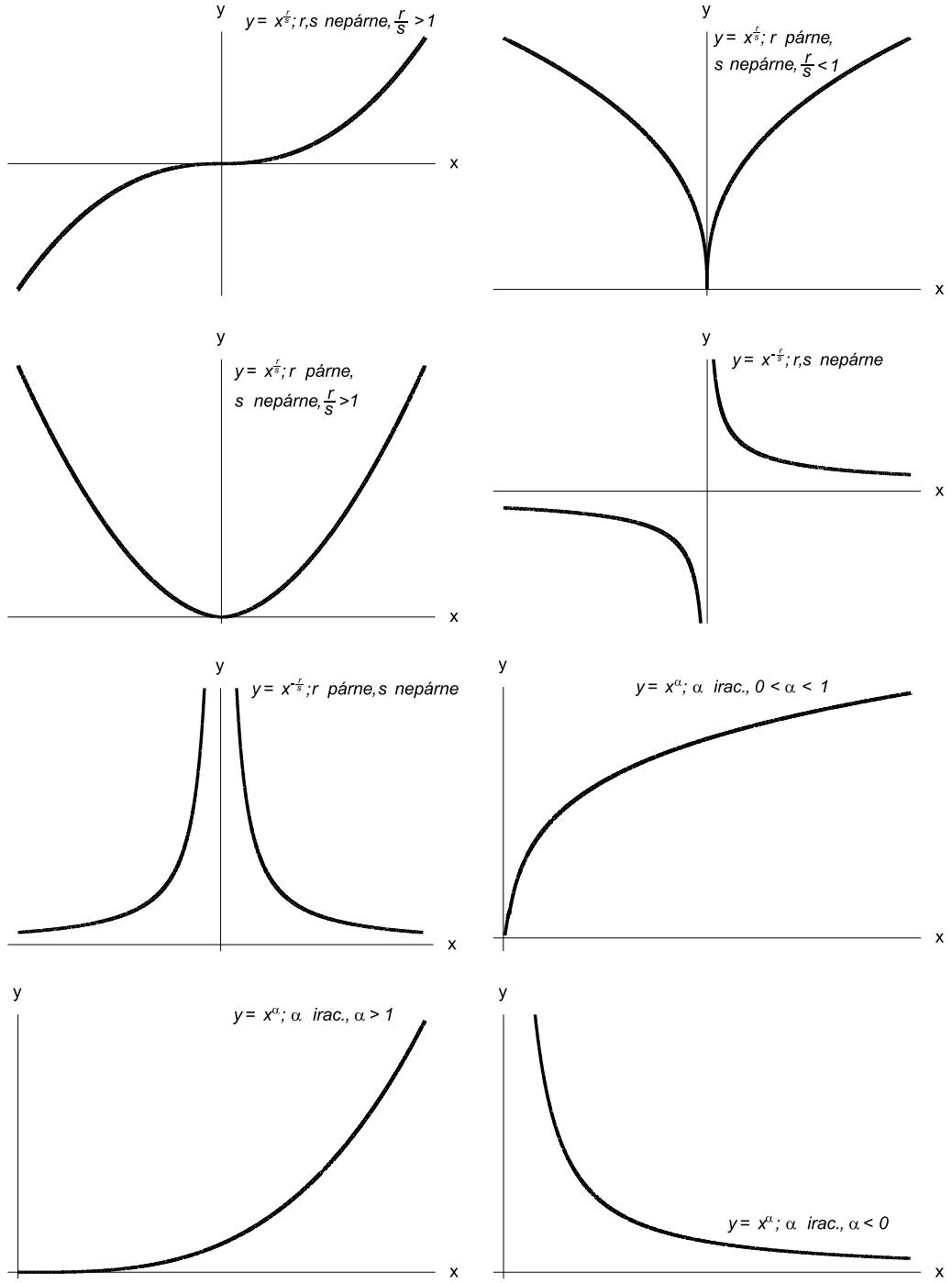


Tvar:	$y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)
Definičný obor:	\mathbb{R}
Obor hodnôt:	$(c - \frac{b^2}{4a}, \infty)$ pre $a > 0$, $(-\infty, c - \frac{b^2}{4a})$ pre $a < 0$
Párnosť/nepárnosť:	párna pre $b = 0$, ani párna, ani nepárna pre $b \neq 0$
Rast/klesanie:	rastie na $(-\frac{b}{2a}, \infty)$, klesá na $(-\infty, -\frac{b}{2a})$ pre $a > 0$, rastie na $(-\infty, -\frac{b}{2a})$, klesá na $(-\frac{b}{2a}, \infty)$ pre $a < 0$
Ohraničenosť:	ohraničená zdola pre $a > 0$, ohraničená zhola pre $a < 0$
Extrémy:	minimum v bode $-\frac{b}{2a}$ pre $a > 0$, maximum v bode $-\frac{b}{2a}$ pre $a < 0$
Konvexnosť/konkávnosť:	konvexná na \mathbb{R} pre $a > 0$, konkávna na \mathbb{R} pre $a < 0$
Hodnoty pre $x \rightarrow +\infty$:	$+\infty$ pre $a > 0$, $-\infty$ pre $a < 0$
Hodnoty pre $x \rightarrow -\infty$:	$+\infty$ pre $a > 0$, $-\infty$ pre $a < 0$
Asymptoty bez smernice:	(nie sú)
Asymptoty so smernicou:	(nie sú)

Mocninová funkcia

Graf:



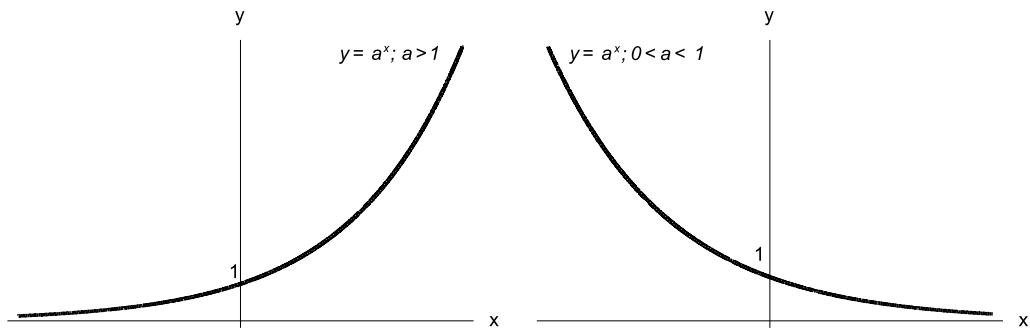


Tvar:	$y = x^\alpha$
Definičný obor:	\mathbb{R} pre $\alpha \in \mathbb{N}_0$, $\mathbb{R} - \{0\}$ pre $\alpha \in \mathbb{Z}^-$, \mathbb{R} pre $\alpha \in \mathbb{Q}^+, \alpha = \frac{r}{s}, s$ nepárne $\mathbb{R} - \{0\}$ pre $\alpha \in \mathbb{Q}^-, \alpha = \frac{r}{s}, s$ nepárne \mathbb{R}_0^+ pre $\alpha \in \mathbb{Q}^+, \alpha = \frac{r}{s}, s$ párne \mathbb{R}^+ pre $\alpha \in \mathbb{Q}^-, \alpha = \frac{r}{s}, s$ párne \mathbb{R}_0^+ pre $\alpha \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}, \alpha > 0$, \mathbb{R}^+ pre $\alpha \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}, \alpha < 0$
Obor hodnôt:	$\{1\}$ pre $\alpha = 0$ \mathbb{R}_0^+ pre $\alpha \in \mathbb{N}, \alpha$ párne \mathbb{R} pre $\alpha \in \mathbb{N}, \alpha$ nepárne \mathbb{R}^+ pre $\alpha \in \mathbb{Z}^-, \alpha$ párne $\mathbb{R} - \{0\}$ pre $\alpha \in \mathbb{Z}^-, \alpha$ nepárne \mathbb{R}_0^+ pre $\alpha \in \mathbb{Q}^+, \alpha = \frac{r}{s}, s$ párne \mathbb{R}^+ pre $\alpha \in \mathbb{Q}^-, \alpha = \frac{r}{s}, s$ párne \mathbb{R} pre $\alpha \in \mathbb{Q}^+, \alpha = \frac{r}{s}, r, s$ nepárne \mathbb{R}_0^+ pre $\alpha \in \mathbb{Q}^-, \alpha = \frac{r}{s}, r$ párne, s nepárne $\mathbb{R} - \{0\}$ pre $\alpha \in \mathbb{Q}^-, \alpha = \frac{r}{s}, s$ nepárne \mathbb{R}_0^+ pre $\alpha \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}, \alpha > 0$, \mathbb{R}^+ pre $\alpha \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}, \alpha < 0$
Párnosť/nepárnosť:	párnna pre $\alpha \in \mathbb{Z}, \alpha$ párne, párnna pre $\alpha \in \mathbb{Q}, \alpha = \frac{r}{s}, r$ párne, s nepárne, nepárnna pre $\alpha \in \mathbb{Z}, \alpha$ nepárne, nepárnna pre $\alpha \in \mathbb{Q}, \alpha = \frac{r}{s}, r, s$ nepárne, ani párnna, ani nepárnna pre ostatné $\alpha \in \mathbb{R}$
Rast/klesanie:	konštantná pre $\alpha = 0$, rastúca na \mathbb{R} pre $\alpha \in \mathbb{N}, \alpha$ nepárne, rastúca na \mathbb{R} pre $\alpha \in \mathbb{Q}^+, \alpha = \frac{r}{s}, r, s$ nepárne, rastúca na \mathbb{R}_0^+ pre $\alpha \in \mathbb{Q}^+, \alpha = \frac{r}{s}, s$ párne, klesajúca na \mathbb{R}_0^+ pre $\alpha \in \mathbb{Q}^-, \alpha = \frac{r}{s}, s$ párne, klesajúca na \mathbb{R}^- a rastúca na \mathbb{R}^+ pre $\alpha \in \mathbb{N}, \alpha$ párne, klesajúca na \mathbb{R}^- a rastúca na \mathbb{R}^+ pre $\alpha \in \mathbb{Q}^+, \alpha = \frac{r}{s}, r$ párne, s nepárne, rastúca na \mathbb{R}^- a klesajúca na \mathbb{R}^+ pre $\alpha \in \mathbb{Z}^-, \alpha$ párne, rastúca na \mathbb{R}^- a klesajúca na \mathbb{R}^+ pre $\alpha \in \mathbb{Q}^-, \alpha = \frac{r}{s}, r$ párne, s nepárne, klesajúca na \mathbb{R}^- a \mathbb{R}^+ pre $\alpha \in \mathbb{Z}^-, \alpha$ nepárne, klesajúca na \mathbb{R}^- a \mathbb{R}^+ pre $\alpha \in \mathbb{Q}, \alpha = \frac{r}{s}, r, s$ nepárne,
Ohraničenosť:	ohraničená zdola pre $\alpha \in \mathbb{Z}, \alpha$ párne, ohraničená zdola pre $\alpha \in \mathbb{Q}, \alpha = \frac{r}{s}, s$ párne, ohraničená zdola pre $\alpha \in \mathbb{Q}, \alpha = \frac{r}{s}, r$ párne, s nepárne neohraničená pre ostatné $\alpha \in \mathbb{R}$
Extrémy:	minimum v bode $x = 0$ pre $\alpha \in \mathbb{N}, \alpha$ párne, minimum v bode $x = 0$ pre $\alpha \in \mathbb{Q}^+, \alpha = \frac{r}{s}, ,$ nie sú pre ostatné $\alpha \in \mathbb{R}$

Konvexnosť/konkávnosť:	<p>konvexná na \mathbb{R} pre $\alpha \in \mathbb{N}$, α párne,</p> <p>konvexná na \mathbb{R} pre $\alpha \in \mathbb{Q}^+$, $\alpha = \frac{r}{s}$, s nepárne, $\frac{r}{s} > 1$,</p> <p>konvexná na $\mathbb{R}^-, \mathbb{R}^+$ pre $\alpha \in \mathbb{Z}^-$, α párne,</p> <p>konvexná na $\mathbb{R}^-, \mathbb{R}^+$ pre $\alpha \in \mathbb{Q}^-$, $\alpha = \frac{r}{s}$, r párne, s nepárne,</p> <p>konkávna na $\mathbb{R}^-, \mathbb{R}^+$ pre $\alpha \in \mathbb{Q}^+$, $\alpha = \frac{r}{s}$, r párne, s nepárne, $\frac{r}{s} < 1$,</p> <p>konkávna na \mathbb{R}^-, konvexná na \mathbb{R}^+ pre $\alpha \in \mathbb{Z}$ α nepárne,</p> <p>konkávna na \mathbb{R}^-, konvexná na \mathbb{R}^+ pre $\alpha \in \mathbb{Q}^+$, $\alpha = \frac{r}{s}$, r, s nepárne, $\frac{r}{s} > 1$,</p> <p>konkávna na \mathbb{R}^-, konvexná na \mathbb{R}^+ pre $\alpha \in \mathbb{Q}^-$, $\alpha = \frac{r}{s}$, r, s nepárne,</p> <p>konvexná na \mathbb{R}^-, konkávna na \mathbb{R}^+ pre $\alpha \in \mathbb{Q}^+$, $\alpha = \frac{r}{s}$, r, s nepárne, $\frac{r}{s} < 1$,</p> <p>konvexná na \mathbb{R}_0^+ pre $\alpha \in \mathbb{Q}^+$, $\alpha = \frac{r}{s}$, s párne, $\frac{r}{s} > 1$,</p> <p>konvexná na \mathbb{R}_0^+ pre $\alpha \in \mathbb{R}^+ - \mathbb{Q}^+$, $\alpha > 1$,</p> <p>konvexná na \mathbb{R}^+ pre $\alpha \in \mathbb{Q}^-$, $\alpha = \frac{r}{s}$, s párne,</p> <p>konvexná na \mathbb{R}^+ pre $\alpha \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}^-$</p> <p>konkávna na \mathbb{R}_0^+ pre $\alpha \in \mathbb{Q}^+$, $\alpha = \frac{r}{s}$, s párne, $\frac{r}{s} < 1$,</p> <p>konkávna na \mathbb{R}_0^+ pre $\alpha \in \mathbb{R}^+ - \mathbb{Q}^+$, $0 < \alpha < 1$,</p> <p>$+\infty$ pre $\alpha > 0$,</p> <p>0 pre $\alpha < 0$,</p> <p>1 pre $\alpha = 0$</p>
Hodnoty pre $x \rightarrow +\infty$:	
Hodnoty pre $x \rightarrow -\infty$:	<p>$+\infty$ pre $\alpha \in \mathbb{N}$, α párne,</p> <p>$+\infty$ pre $\alpha \in \mathbb{Q}^+$, $\alpha = \frac{r}{s}$, r párne, s nepárne,</p> <p>$-\infty$ pre $\alpha \in \mathbb{N}$, α nepárne,</p> <p>$-\infty$ pre $\alpha \in \mathbb{Q}^+$, $\alpha = \frac{r}{s}$, r, s nepárne,</p> <p>0 pre $\alpha \in \mathbb{Z}^-$,</p> <p>0 pre $\alpha \in \mathbb{Q}^-$, $\alpha = \frac{r}{s}$, s nepárne,</p> <p>1 pre $\alpha = 0$</p>
Asymptoty bez smernice:	$x = 0$ pre $\alpha \in \mathbb{R}$, $\alpha < 0$
Asymptoty so smernicou:	<p>$y = 0$ pre $x \rightarrow \pm\infty$ pri $\alpha \in \mathbb{Z}^-$,</p> <p>$y = 0$ pre $x \rightarrow \pm\infty$ pri $\alpha \in \mathbb{Q}^-$, $\alpha = \frac{r}{s}$, s nepárne,</p> <p>$y = 0$ pre $x \rightarrow +\infty$ pri $\alpha \in \mathbb{Q}^-$, $\alpha = \frac{r}{s}$, s párne</p>

Exponenciálna funkcia

Graf:



Tvar:

$$y = a^x$$

Definičný obor:

$$\mathbb{R}$$

Obor hodnôt:

$$\{1\} \text{ pre } a = 1$$

$$\mathbb{R}^+ \text{ pre } a \neq 1$$

Párnosť/nepárnosť:

párna pre $a = 1$,

ani párná, ani nepárná pre $a \neq 1$

Rast/klesanie:

rastúca na \mathbb{R} pre $a > 1$,

klesajúca na \mathbb{R} pre $0 < a < 1$,

konštantná na \mathbb{R} pre $a = 1$

Ohraničenosť:

ohraničená zdola pre $a \neq 1$,

ohraničená pre $a = 1$

Extrémy:

(nemá)

Konvexnosť/konkávnosť:

konvexná na \mathbb{R}

Hodnoty pre $x \rightarrow +\infty$:

$+\infty$ pre $a > 1$,

0 pre $0 < a < 1$,

1 pre $a = 1$

Hodnoty pre $x \rightarrow -\infty$:

0 pre $a > 1$,

$+\infty$ pre $0 < a < 1$,

1 pre $a = 1$

Asymptoty bez smernice:

(nie sú)

Asymptoty so smernicou:

nie je pre $x \rightarrow +\infty$ pri $a > 1$,

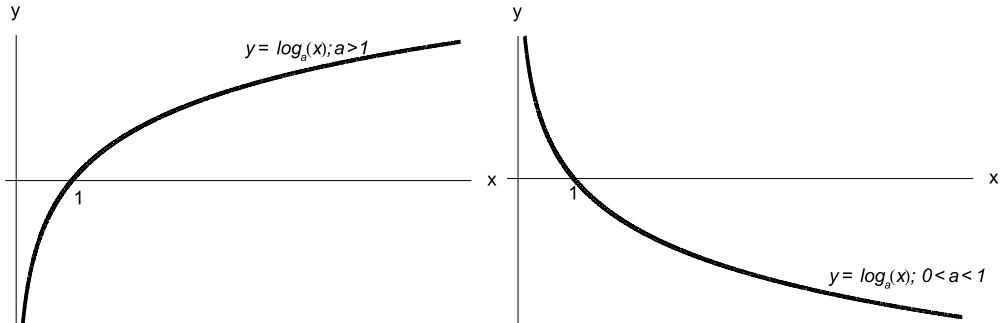
$y = 0$ pre $x \rightarrow -\infty$ pri $a > 1$,

$y = 0$ pre $x \rightarrow +\infty$ pri $0 < a < 1$,

nie je pre $x \rightarrow -\infty$ pri $0 < a < 1$

Logaritmická funkcia

Graf:



Tvar:

$$y = \log_a x \quad (a > 0, a \neq 1)$$

Definičný obor:

$$\mathbb{R}^+$$

Obor hodnôt:

$$\mathbb{R}$$

Párnosť/nepárnosť:

ani párná, ani nepárná

Rast/klesanie:

rastie na \mathbb{R}^+ pre $a > 1$,
klesá na \mathbb{R}^+ pre $0 < a < 1$

Ohraničenosť:

neohraničená

Extrémy:

(nemá)

Konvexnosť/konkávnosť:

konkávna na \mathbb{R}^+ pre $a > 1$,
konvexná na \mathbb{R}^+ pre $0 < a < 1$

Hodnoty pre $x \rightarrow +\infty$:

$+\infty$ pre $a > 1$,
 $-\infty$ pre $0 < a < 1$

Hodnoty pre $x \rightarrow -\infty$:

(nie sú)

Asymptoty bez smernice:

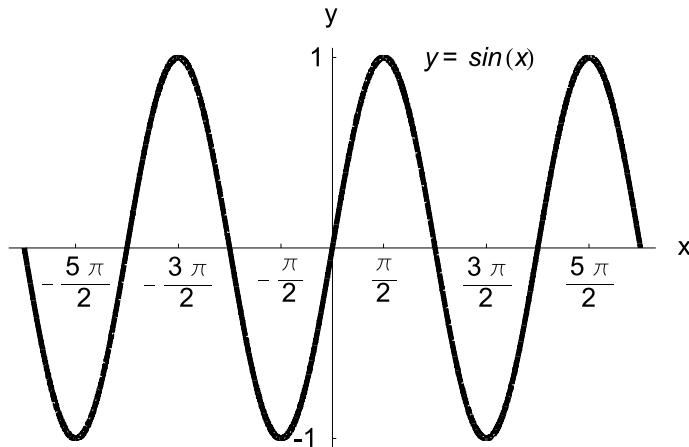
$$x = 0$$

Asymptoty so smernicou:

(nie sú)

Funkcia sínus

Graf:



Tvar:

$$y = \sin x$$

Definičný obor:

$$\mathbb{R}$$

Obor hodnôt:

$$\langle -1, 1 \rangle$$

Párnosť/nepárnosť:

nepárna

Rast/klesanie:

rastie na $(-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$,

klesá na $(\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$

ohraničená na \mathbb{R}

Ohraničenosť:

maximá v bodech $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$,

minimá v bodech $x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

Konvexnosť/konkávnosť:

konvexná na $((2k-1)\pi, 2k\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$,

konkávna na $(2k\pi, (2k+1)\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$

Hodnoty pre $x \rightarrow +\infty$:

(nie sú)

Hodnoty pre $x \rightarrow -\infty$:

(nie sú)

Asymptoty bez smernice:

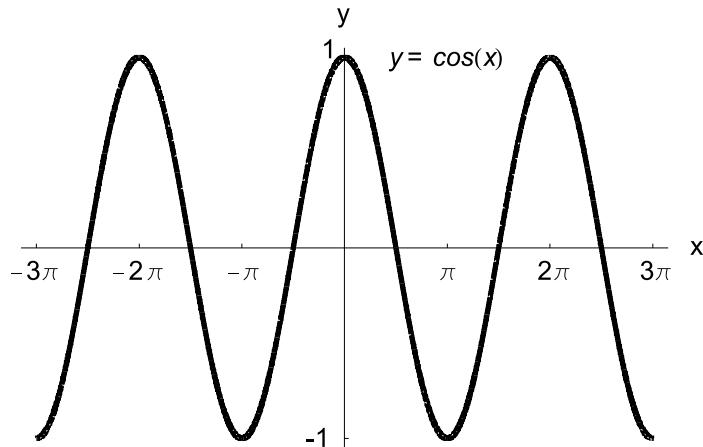
(nie sú)

Asymptoty so smernicou:

(nie sú)

Funkcia kosínus

Graf:



Tvar:

$$y = \cos x$$

Definičný obor:

$$\mathbb{R}$$

Obor hodnôt:

$$\langle -1, 1 \rangle$$

Párnosť/nepárnosť:

párna

Rast/klesanie:

rastie na $((2k-1)\pi, 2k\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$,

klesá na $(2k\pi, (2k+1)\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$

ohraničená na \mathbb{R}

Ohraničenosť:

maximá v bodech $x = 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$,

minimá v bodech $x = (2k+1)\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

Konvexnosť/konkávnosť:

konvexná na $(\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$,

konkávna na $(-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$

Hodnoty pre $x \rightarrow +\infty$:

(nie sú)

Hodnoty pre $x \rightarrow -\infty$:

(nie sú)

Asymptoty bez smernice:

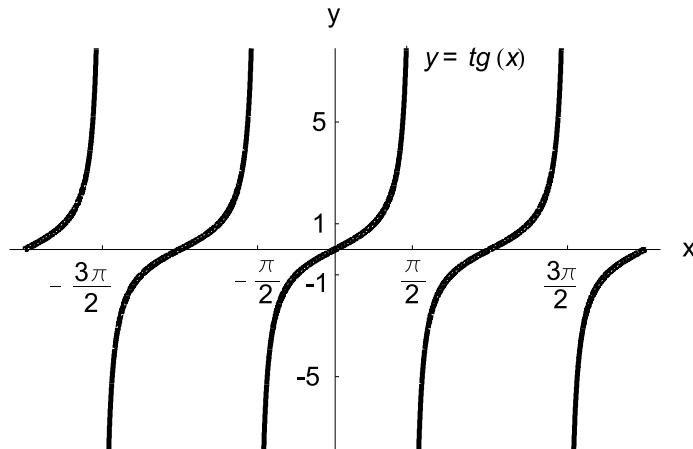
(nie sú)

Asymptoty so smernicou:

(nie sú)

Funkcia tangens

Graf:



Tvar:

$$y = \operatorname{tg} x$$

Definičný obor:

$$\mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Obor hodnôt:

$$\mathbb{R}$$

Párnosť/nepárnosť:

nepárna

Rast/klesanie:

$$\text{rastie na } (-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi), k \in \mathbb{Z}$$

Ohraničenosť:

neohraničená

Extrémy:

(nemá)

Konvexnosť/konkávnosť:

konvexná na $(k\pi, k\pi + \frac{\pi}{2})$, $k \in \mathbb{Z}$,

konkávna na $(k\pi - \frac{\pi}{2}, k\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$

Hodnoty pre $x \rightarrow +\infty$:

(nie sú)

Hodnoty pre $x \rightarrow -\infty$:

(nie sú)

Asymptoty bez smernice:

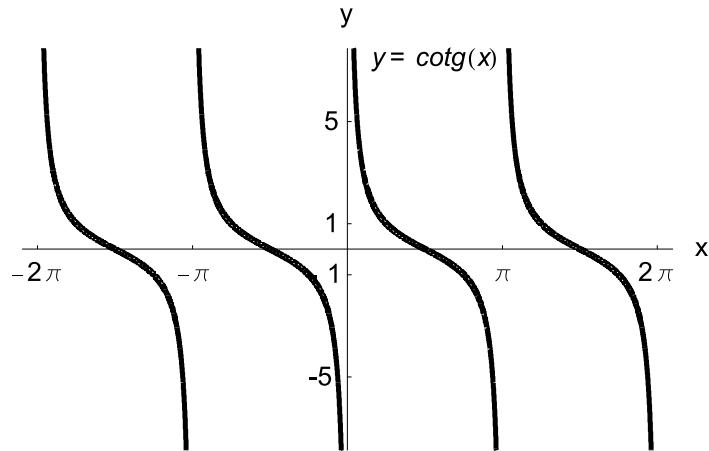
$$x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Asymptoty so smernicou:

(nie sú)

Funkcia kotangens

Graf:



Tvar:

$$y = \cot g x$$

Definičný obor:

$$\mathbb{R} - \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$$

Obor hodnôt:

$$\mathbb{R}$$

Párnosť/nepárnosť:

nepárna

Rast/klesanie:

$$\text{klesá na } (k\pi, (k+1)\pi), k \in \mathbb{Z}$$

Ohraničenosť:

neohraničená

Extrémy:

(nemá)

Konvexnosť/konkávnosť:

$$\text{konvexná na } (k\pi, k\pi + \frac{\pi}{2}), k \in \mathbb{Z},$$

$$\text{konkávna na } (k\pi - \frac{\pi}{2}, k\pi), k \in \mathbb{Z}$$

Hodnoty pre $x \rightarrow +\infty$:

(nie sú)

Hodnoty pre $x \rightarrow -\infty$:

(nie sú)

Asymptoty bez smernice:

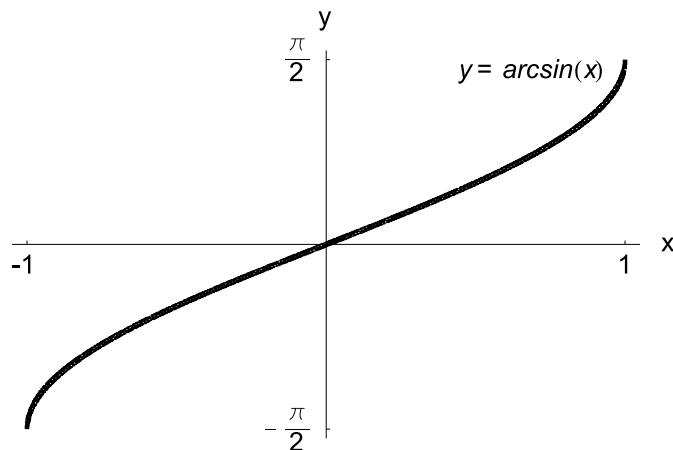
$$x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Asymptoty so smernicou:

(nie sú)

Funkcia arkussínus

Graf:



Tvar:

$$y = \arcsin x$$

Definičný obor:

$$\langle -1, 1 \rangle$$

Obor hodnôt:

$$\langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \rangle$$

Párnosť/nepárnosť:

nepárna

Rast/klesanie:

rastie na $\langle -1, 1 \rangle$

Ohraničenosť:

ohraničená na $\langle -1, 1 \rangle$

Extrémy:

maximum v bode $x = 1$,

minimum v bode $x = -1$

Konvexnosť/konkávnosť:

konvexná na $(0, 1)$,

konkávna na $\langle -1, 0 \rangle$

Inflexné body:

$$x = 0$$

Hodnoty pre $x \rightarrow +\infty$:

(nie sú)

Hodnoty pre $x \rightarrow -\infty$:

(nie sú)

Asymptoty bez smernice:

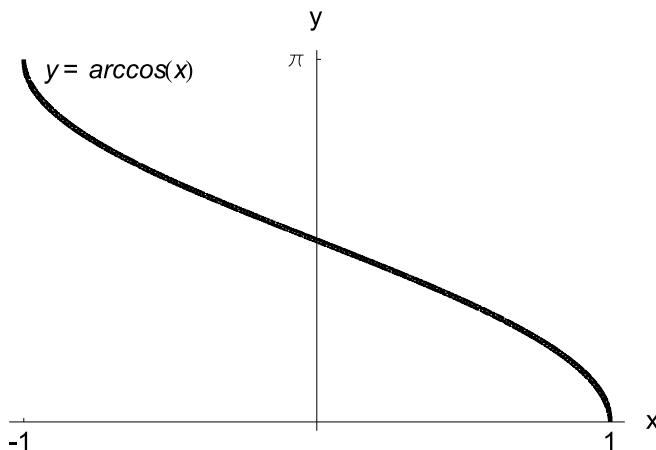
(nie sú)

Asymptoty so smernicou:

(nie sú)

Funkcia arkuskosínus

Graf:



Tvar:

$$y = \arccos x$$

Definičný obor:

$$\langle -1, 1 \rangle$$

Obor hodnôt:

$$\langle 0, \pi \rangle$$

Párnosť/nepárnosť:

ani páRNA, ani nepáRNa

Rast/klesanie:

klesá na $\langle -1, 1 \rangle$

Ohraničenosť:

ohraničená na $\langle -1, 1 \rangle$

Extrémy:

maximum v bode $x = -1$,

minimum v bode $x = 1$

Konvexnosť/konkávnosť:

konvexná na $\langle -1, 0 \rangle$,

konkávna na $\langle 0, 1 \rangle$

Inflexné body:

$$x = 0$$

Hodnoty pre $x \rightarrow +\infty$:

(nie sú)

Hodnoty pre $x \rightarrow -\infty$:

(nie sú)

Asymptoty bez smernice:

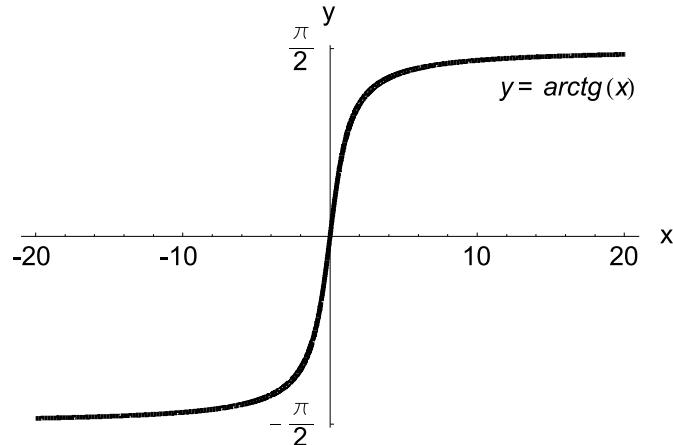
(nie sú)

Asymptoty so smernicou:

(nie sú)

Funkcia arkustangens

Graf:



Tvar: $y = \arctg x$

Definičný obor: \mathbb{R}

Obor hodnôt: $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

Párnosť/nepárnosť: nepárná

Rast/klesanie: rastie na \mathbb{R}

Ohraničenosť: ohraničená na \mathbb{R}

Extrémy: (nemá)

Konvexnosť/konkávnosť: konvexná na $(-\infty, 0)$,
konkávna na $(0, \infty)$

Inflexné body: $x = 0$

Hodnoty pre $x \rightarrow +\infty$: $\frac{\pi}{2}$

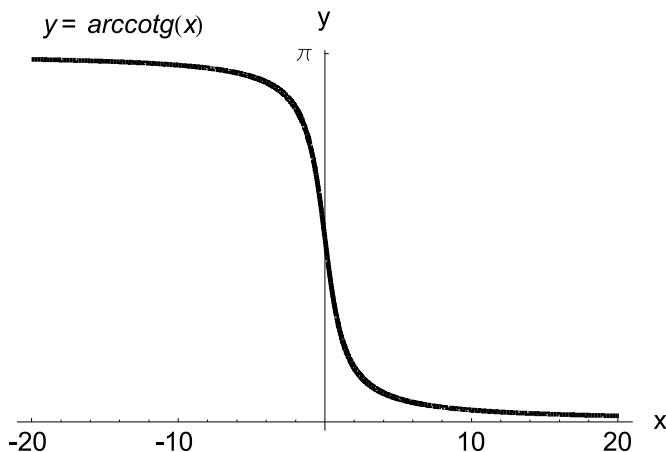
Hodnoty pre $x \rightarrow -\infty$: $-\frac{\pi}{2}$

Asymptoty bez smernice: (nie sú)

Asymptoty so smernicou: $y = \frac{\pi}{2}$ pre $x \rightarrow +\infty$,
 $y = -\frac{\pi}{2}$ pre $x \rightarrow -\infty$

Funkcia arkuskotangens

Graf:



Tvar: $y = \operatorname{arccotg} x$

Definičný obor: \mathbb{R}

Obor hodnôt: $(0, \pi)$

Párnosť/nepárnosť: ani páRNA, ani nepáRNA

Rast/klesanie: klesá na \mathbb{R}

Ohraničenosť: ohraničená na \mathbb{R}

Extrémy: (nemá)

Konvexnosť/konkávnosť: konvexná na $(0, \infty)$,
konkávna na $(-\infty, 0)$

Inflexné body: $x = 0$

Hodnoty pre $x \rightarrow +\infty$: 0

Hodnoty pre $x \rightarrow -\infty$: π

Asymptoty bez smernice: (nie sú)

Asymptoty so smernicou: $y = 0$ pre $x \rightarrow +\infty$,
 $y = \pi$ pre $x \rightarrow -\infty$